

# Formelsammlung Mathematik

## Vorkurs PH

1	Bezeichnungen und Symbole .....	1
1.1	Zahlenmengen .....	1
1.2	Griechisches Alphabet.....	1
1.3	Logische Symbole.....	1
2	Algebra und Arithmetik.....	1
2.1	Potenz-, Wurzel- und Logarithmusgesetze .....	1
2.2	Binomische Formeln.....	1
2.3	Gleichungslehre .....	2
2.4	Grundlagen der Funktionslehre .....	2
2.5	Exponentialfunktionen .....	2
2.6	Folgen und Reihen .....	3
3	Geometrie .....	3
3.1	Bezeichnungen .....	3
3.2	Ebene Figuren .....	3
3.3	Körper.....	5
3.4	Winkel .....	5
3.5	Kongruenz und Ähnlichkeit .....	6
3.6	Winkelmasse.....	7
3.7	Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck .....	7
3.8	Trigonometrie am allgemeinen Dreieck .....	7
3.9	Trigonometrische Grundbeziehungen.....	7
4	Stochastik.....	7
4.1	Einführung in die Wahrscheinlichkeit .....	7
4.2	Kombinatorik.....	8
4.3	Vertiefung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	9
4.4	Statistik .....	9

# 1 Bezeichnungen und Symbole

## 1.1 Zahlenmengen

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  natürliche Zahlen     $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{N} \right\}$  rationale Zahlen  
 $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  ganze Zahlen     $\mathbb{R} = ] - \infty; \infty[$  reelle Zahlen

## 1.2 Griechisches Alphabet

A, $\alpha$	Alpha	H, $\eta$	Eta	N, $\nu$	Nü	T, $\tau$	Tau
B, $\beta$	Beta	$\Theta, \vartheta, \theta$	Theta	$\Xi, \xi$	Xi	$\Upsilon, \upsilon$	Ypsilon
$\Gamma, \gamma$	Gamma	I, $\iota$	Iota	O, $o$	Omikron	$\Phi, \phi, \varphi$	Phi
$\Delta, \delta$	Delta	K, $\kappa$	Kappa	$\Pi, \pi, \varpi$	Pi	$\chi, \chi$	Chi
E, $\varepsilon, \epsilon$	Epsilon	$\Lambda, \lambda$	Lambda	P, $\rho, \varrho$	Rho	$\Psi, \psi$	Psi
Z, $\zeta$	Zeta	M, $\mu$	Mü	$\Sigma, \sigma, \varsigma$	Sigma	$\Omega, \omega$	Omega

## 1.3 Logische Symbole

$<, \leq$	kleiner, kleiner gleich	$\wedge$	und	$\subset$	Teilmenge von
$>, \geq$	grösser, gröss. gleich	$\vee$	oder	$\not\subset$	keine Teilmenge von
$\approx$	ungefähr	$\cap$	Schnittmenge	$\in$	Element von
$\neq$	ungleich	$\cup$	Vereinigungsmenge	$\notin$	kein Element von

# 2 Algebra und Arithmetik

## 2.1 Potenz-, Wurzel- und Logarithmusgesetze

a) Potenzgesetze mit  $a, b > 0$  und  $n, m \in \mathbb{R}$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \qquad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \qquad a^{-n} = \frac{a^{-n}}{1} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^0 = 1 \qquad a^1 = a \qquad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

b) Wurzelgesetze mit  $a, b > 0$  und  $k, n, m \in \mathbb{N}$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \qquad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \qquad a^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \qquad (\sqrt[n]{a^m})^k = \sqrt[n]{a^{m \cdot k}} \qquad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a^m}} = \sqrt[n \cdot k]{a^m}$$

c) Logarithmengesetze mit  $a, b, p, q, x > 0$

Definition:  $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a(b)$     Basiswechselsatz:  $\log_a(x) = \frac{\lg(x)}{\lg(a)}$

Dekadischer Log.:  $\log_{10}(b) = \lg(b)$     Natürlicher Log.:  $\log_e(b) = \ln(b)$

1. Gesetz:  $\log_a(p \cdot q) = \log_a(p) + \log_a(q)$

2. Gesetz:  $\log_a(p : q) = \log_a(p) - \log_a(q)$

3. Gesetz:  $\log_a(p^n) = n \cdot \log_a(p)$

## 2.2 Binomische Formeln

1. Gesetz:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. Gesetz:  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

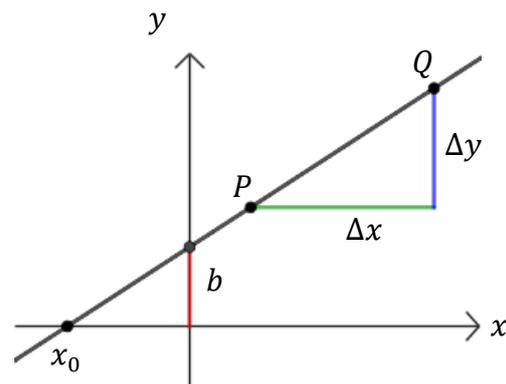
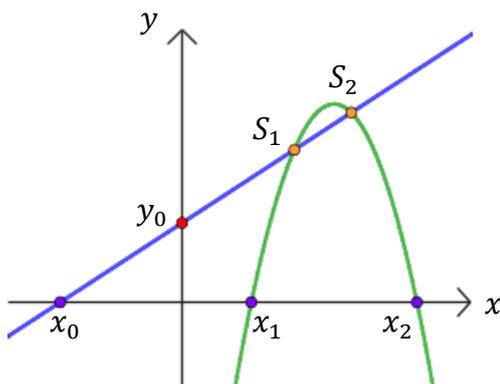
3. Gesetz:  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

## 2.3 Gleichungslehre

- a) lineare Gleichungen      Normalform:  $ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$
- b) quadratische Gleichungen      Normalform:  $ax^2 + bx + c = 0$   
 $\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$       Satz von Vieta:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

## 2.4 Grundlagen der Funktionslehre

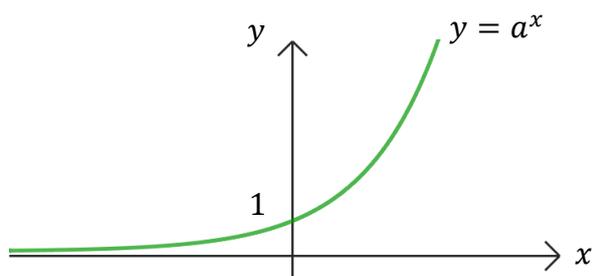
- a) Allgemeines       $y = f(x)$   
 Berechnung der Nullstelle(n):  $y = 0$  setzen und  $x$  berechnen  
 Berechnung des  $y$ -Achsenabschnitts:  $x = 0$  setzen und  $y$  berechnen  
 Schnittpunktberechnung: Funktionen gleichsetzen:  $f_1(x) = f_2(x)$
- b) lineare Funktionen (Geraden)      Normalform:  $y = f(x) = ax + b$   
 Steigung:  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$  mit den Punkten  $P(x_P | y_P)$  und  $Q(x_Q | y_Q)$
- Es gilt für: parallele Geraden:  $a_1 = a_2$       senkrechte Geraden:  $a_1 = -\frac{1}{a_2}$
- $b$  ist der  $y$ -Achsenabschnitt (Offset), Nullstelle der linearen Funktion:  $x_0 = -\frac{b}{a}$



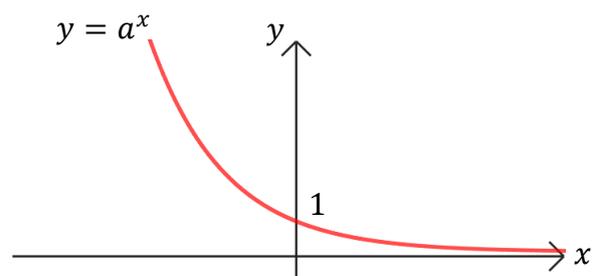
## 2.5 Exponentialfunktionen

- $y = e^x$        $e \approx 2.71828$       natürliche Exponentialfunktion
- $y = b \cdot a^x$        $a > 0, a \neq 1$       exponentielle Wachstums- oder Zerfallsfunktion
- $a = 1 \pm \frac{p}{100}$       Wachstums- oder Zerfallsfaktor mit Prozentzahl  $p$
- $b = \text{Anfangswert}$       ( $y = b \cdot a^0 = b \cdot 1$ )

Wachstumsfunktion mit  $a > 1$



Zerfallsfunktion mit  $0 < a < 1$



## 2.6 Folgen und Reihen

Folge  $(a_n)$   $n \in \mathbb{N}$ ,  $a_n$  ist das  $n$ -te Folgenglied

Reihe (Teilsummenfolge)  $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = s_{n-1} + a_n = \sum_{k=1}^n a_k$

a) arithmetische Folge

$$\begin{aligned} d &= a_{n+1} - a_n && \text{konstante Differenz} \\ a_n &= a_1 + (n-1) \cdot d && \text{explizite Darstellung} \\ a_{n+1} &= a_n + d && \text{rekursive Darstellung} \end{aligned}$$

b) arithmetische Reihe

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n) = a_1 \cdot n + \frac{n \cdot (n-1)}{2} \cdot d$$

c) geometrische Folge

$$\begin{aligned} q &= \frac{a_{n+1}}{a_n} && \text{konstanter Quotient, } q \neq 0, q \neq \pm 1 \\ a_n &= a_1 \cdot q^{n-1} && \text{explizite Darstellung} \\ a_{n+1} &= a_n \cdot q && \text{rekursive Darstellung} \end{aligned}$$

d) geometrische Reihe

$$\begin{aligned} s_n &= a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \\ s_\infty &= a_1 \cdot \frac{1}{1 - q} = \frac{a_1}{1 - q} \quad \text{für } -1 < q < 1 \end{aligned}$$

## 3 Geometrie

### 3.1 Bezeichnungen

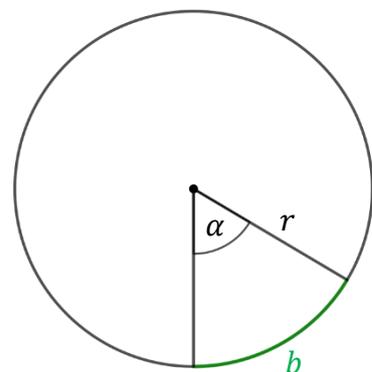
$A$	Flächeninhalt	$M$	Inhalt der Mantelfläche	$h$	Höhe
$O$	Inhalt der Oberfläche	$V$	Volumen	$u$	Umfang
$G$	Inhalt der Grundfläche	$\pi$	Kreiszahl $\approx 3.14159265$	$r$	Radius

### 3.2 Ebene Figuren

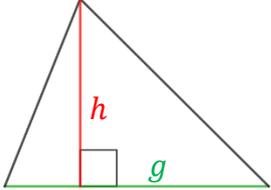
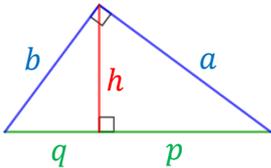
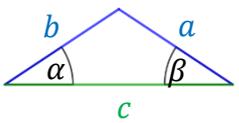
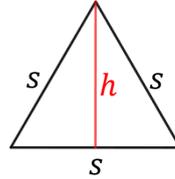
a) Kreis

$$\begin{aligned} A &= r^2 \cdot \pi \\ u &= 2 \cdot r \cdot \pi = d \cdot \pi \quad \text{mit } d = \text{Durchmesser} \end{aligned}$$

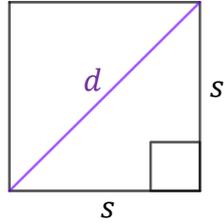
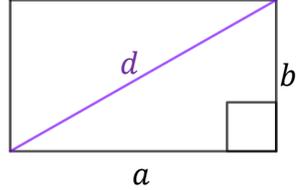
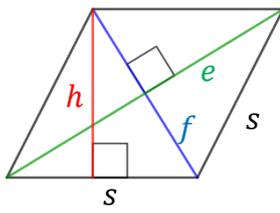
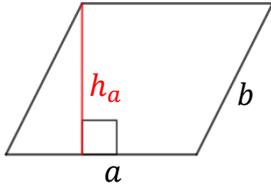
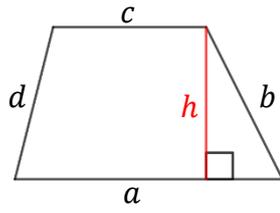
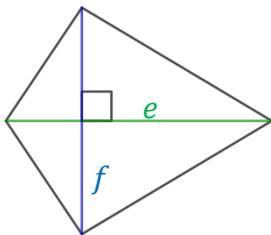
$$\begin{aligned} \text{Kreissektor: } A &= \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360^\circ} \\ \text{Kreisbogen: } b &= \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180^\circ} \end{aligned}$$



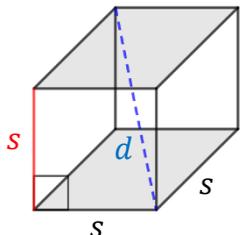
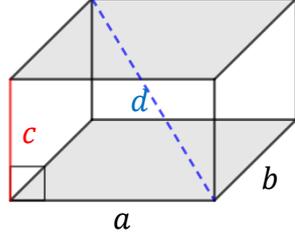
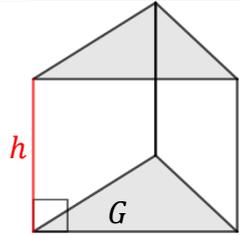
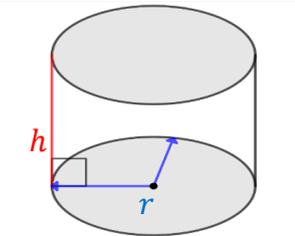
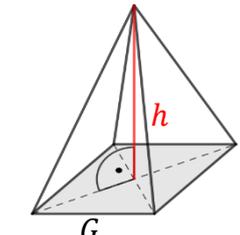
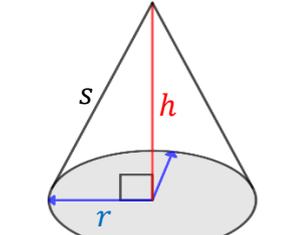
b) Dreiecke

allgemeines Dreieck	$A = \frac{g \cdot h}{2}$ $g$ Grundlinie $h$ zugehörige Höhe	
rechtwinkliges Dreieck	$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h}{2}$ , $c = p + q$ Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$ Höhensatz: $h^2 = p \cdot q$ Kathetensatz: $a^2 = p \cdot c, b^2 = q \cdot c$	
gleichschenkliges Dreieck	$\alpha = \beta$ Basiswinkel auf Basis $c$ $a = b$ Schenkel	
gleichseitiges Dreieck	$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot s^2$ $h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot s$	

c) Vierecke

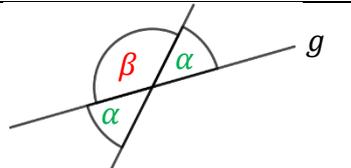
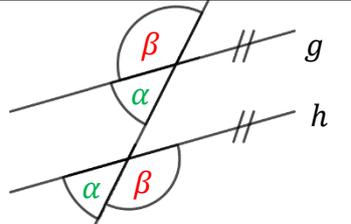
Quadrat $A = s^2$ $d = \sqrt{2} \cdot s$		Rechteck $A = a \cdot b$ $d = \sqrt{a^2 + b^2}$	
Rhombus (Raute) $A = s \cdot h = \frac{e \cdot f}{2}$		Rhomboid (Parallelogramm) $A = a \cdot h_a$	
Trapez $A = \frac{(a + c) \cdot h}{2}$ $a \parallel c$		Drachenviereck (Deltoid) $A = \frac{e \cdot f}{2}$	

### 3.3 Körper

<p>Würfel</p> $O = 6s^2$ $V = s^3$ <p>Raumdiagonale</p> $d = \sqrt{3} \cdot s$		<p>Quader</p> $O = 2 \cdot (ab + ac + bc)$ $V = a \cdot b \cdot c$ <p>Raumdiagonale</p> $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$	
<p>Prisma</p> $O = 2G + M$ $V = G \cdot h$		<p>Zylinder</p> $O = 2r^2\pi + 2r\pi h$ $M = 2r\pi h$ $V = r^2\pi h$	
<p>Pyramide</p> $O = G + M$ $V = \frac{G \cdot h}{3}$		<p>Kegel</p> $O = r^2\pi + r \cdot \pi \cdot s$ $M = r \cdot \pi \cdot s$ $V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$	

### 3.4 Winkel

#### Winkel an Geraden

<p>Zwei <b>Nebenwinkel</b> ergeben zusammen einen gestreckten Winkel. <math>\alpha + \beta = 180^\circ</math></p> <p><b>Scheitelwinkel</b> (<math>\alpha</math>) sind gleich gross.</p>	
<p><b>Stufenwinkel</b> (<math>\alpha</math>) an geschnittenen Parallelen (<math>g \parallel h</math>) sind gleich gross.</p> <p><b>Wechselwinkel</b> (<math>\beta</math>) an geschnittenen Parallelen sind gleich gross.</p>	

#### Winkel am Kreis

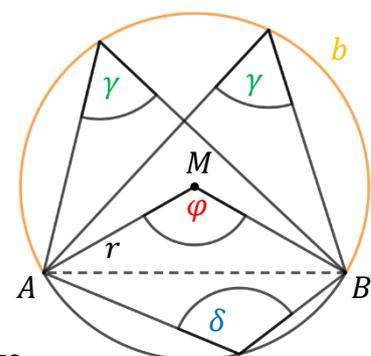
$b = \overline{AB}$  Kreisbogen

$\overline{AB}$  Kreissehne

$\gamma$  Peripheriewinkel (Umfangswinkel) auf  $b$

$\delta$  Peripheriewinkel auf dem Ergänzungsbogen zu  $b$

$\varphi$  Zentriwinkel (Mittelpunktwinkel)



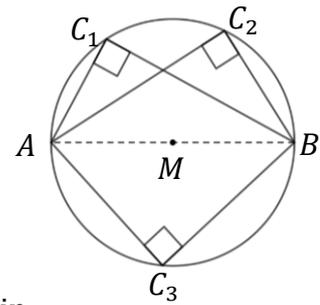
Alle Peripheriewinkel auf demselben Bogen  $b$  sind gleich gross. Ein Peripheriewinkel ist halb so gross wie der zugehörige

Zentriwinkel:  $\gamma = \frac{\varphi}{2}$

Ein Peripheriewinkel und ein solcher auf dem Ergänzungsbogen ergeben zusammen einen gestreckten Winkel.  $\gamma + \delta = 180^\circ$

Satz des Thales: Liegt ein Punkt  $C$  auf dem Kreis mit dem Durchmesser  $\overline{AB}$ , so gilt:  $\angle ACB = 90^\circ$

Umkehratz: Hat das Dreieck  $ABC$  bei  $C$  einen rechten Winkel, so liegt  $C$  auf dem Kreis über  $\overline{AB}$ .



### 3.5 Kongruenz und Ähnlichkeit

#### a) Kongruenzsätze

Zwei Dreiecke sind kongruent (deckungsgleich), wenn sie in Folgendem übereinstimmen:

- $sss$  in ihren drei Seitenlängen
- $sws$  in zwei Seitenlängen und in dem eingeschlossenen Winkel.
- $Ssw$  in zwei Seitenlängen und in jenem Winkel, der der längeren Seite gegenüberliegt.
- $wsw$  in einer Seitenlänge und in den dieser Seite anliegenden Winkeln.

#### b) Ähnlichkeitssätze

Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in Folgendem übereinstimmen:

- $sss$  im Verhältnis aller drei entsprechenden Seiten.
- $sws$  im Verhältnis zweier entsprechender Seiten und dem eingeschlossenen Winkel.
- $Ssw$  im Verhältnis zweier entsprechender Seiten und dem der längeren Seite gegenüberliegenden Winkel.
- $ww$  in zwei (und somit allen drei) Winkeln.

In ähnlichen Dreiecken sind einander entsprechende Seitenverhältnisse gleich.

#### c) Strahlensätze wenn $e \parallel f$ , dann gelten der 1. und der 2. Strahlensatz

Scheitel  $S$  ausserhalb der Parallelen

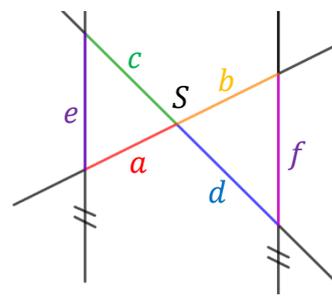
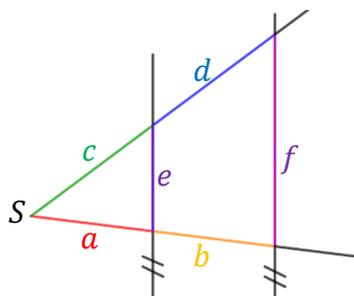
Scheitel  $S$  zwischen den Parallelen

1. Strahlensatz:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

2. Strahlensatz:  $\frac{a}{e} = \frac{a+b}{f}$

1. Strahlensatz:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

2. Strahlensatz:  $\frac{a}{e} = \frac{b}{f}$

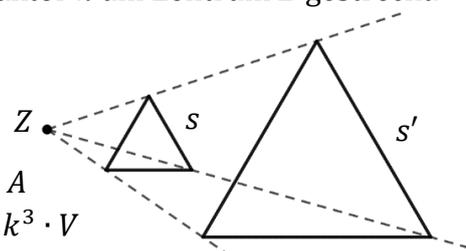


#### d) Das kleinere Dreieck mit Seite $s$ wird mit dem Faktor $k$ am Zentrum $Z$ gestreckt. Dabei entsteht das grössere Dreieck mit Seite $s'$ .

Es gilt:  $k = \frac{\text{Strecke Bild}}{\text{Strecke Urbild}} = \frac{s'}{s}$

Sein Flächeninhalt ist  $k^2$ -mal so gross:  $A' = k^2 \cdot A$

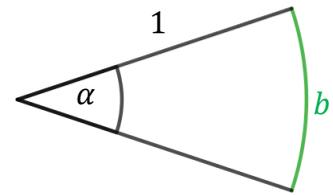
Für das Volumen im Raum gilt die Formel:  $V' = k^3 \cdot V$



### 3.6 Winkelmasse

$$\alpha = \frac{180^\circ \cdot b}{\pi} \quad \text{Gradmasse}$$

$$b = \frac{\alpha \cdot \pi}{180^\circ} \quad \text{Bogenmasse}$$



Gradmasse	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$360^\circ$
Bogenmasse	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$2\pi$

### 3.7 Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck

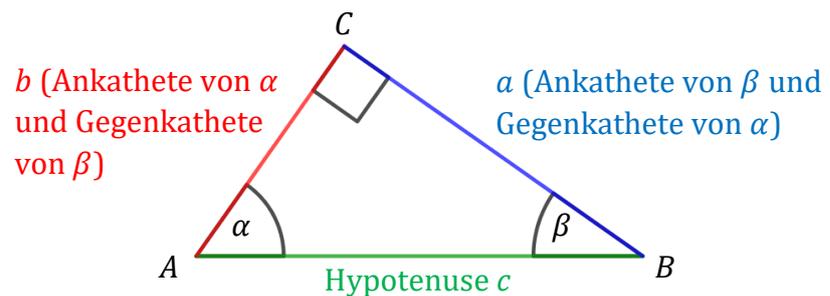
$G$  Gegenkathete,  $A$  Ankathete,  $H$  Hypotenuse

$$\sin(\alpha) = \frac{G}{H}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{A}{H}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{G}{A} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$\cot(\alpha) = \frac{A}{G} = \frac{1}{\tan(\alpha)}$$



### 3.8 Trigonometrie am allgemeinen Dreieck

Sinussatz:  $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} = 2r$  mit  $r =$  Umkreisradius

Cosinussatz:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$   
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$   
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$

Flächenberechnung:  $A = \frac{ab \cdot \sin(\gamma)}{2} = \frac{bc \cdot \sin(\alpha)}{2} = \frac{ac \cdot \sin(\beta)}{2} = 2r^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma)$   
 $= \frac{abc}{4r} = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$  mit  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ; Heron

Inkreisradius:  $\varrho = \frac{A}{s} = \sqrt{\frac{(s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}{s}}$

Seitenhalbierende:  $s_a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot (b^2 + c^2) - a^2}$

### 3.9 Trigonometrische Grundbeziehungen

Trigonometrischer Pythagoras:  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

$\sin(\alpha) = \sin(180^\circ - \alpha) = \cos(90^\circ - \alpha)$

## 4 Stochastik

### 4.1 Einführung in die Wahrscheinlichkeit

$\Omega$	Ergebnisraum	$n$	Anzahl Versuche
$\omega$	Ergebnis	$n_\omega$	absolute Häufigkeit von $\omega$
$E$	Ereignis	$h_\omega$	relative Häufigkeit von $\omega$
$\bar{E}$	Gegeneignis	$P(E)$	Wahrscheinlichkeit von $E$

$A \cup B$ : entweder  $A$  oder  $B$  oder beide gleichzeitig

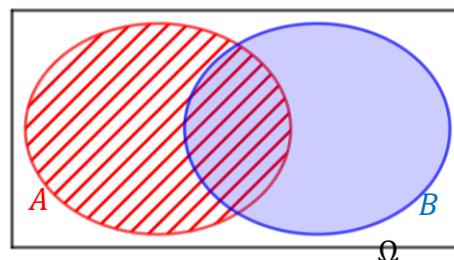
$A \cap B$ : gleichzeitig  $A$  und  $B$

relative Häufigkeit  $h_\omega = \frac{n_\omega}{n}$

Gleichwahrscheinlichkeit

$$P(E) = \frac{g}{m} = \frac{\text{Anzahl der günstigen Fälle}}{\text{Anzahl der möglichen Fälle}}$$

Gegenwahrscheinlichkeit  $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$



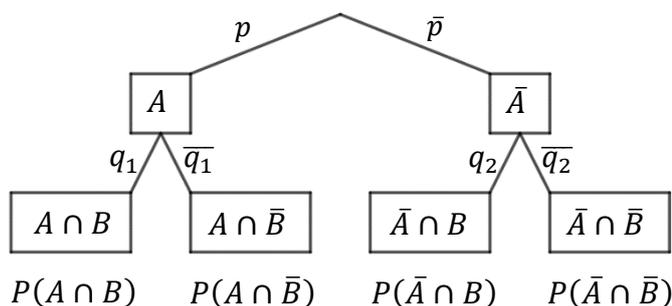
Additionssätze  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  (falls  $A$  und  $B$  unvereinbar)

Baumdiagramm

1. Pfadregel: Die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses eines mehrstufigen Zufallsexperiments ist gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten entlang des zugehörigen Pfades.

Beispiel:  $P(A \cap B) = p \cdot q_1$



2. Pfadregel: Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses  $E$  ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Pfade, die in  $E$  enden.

Beispiel:  $P(B) = p \cdot q_1 + \bar{p} \cdot q_2$

## 4.2 Kombinatorik

Im Folgenden gilt:  $n, k \in \mathbb{N}$  mit  $k \leq n$

Fakultät:  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$   
 $0! = 1$  und  $1! = 1$

Binomialkoeffizient:  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k}$   
 $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$  und  $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$

Permutation: verteile  $n$  verschiedene Elemente auf  $n$  Plätze  $n!$  Möglichkeiten  
verteile  $n$  Elemente mit  $k_i$  Elementen der  $i$ -ten Art auf  $n$  Plätze  $\frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_s!}$  Möglichkeiten

Variation: aus  $n$  Objekten  $k$  anordnen  
ohne Wiederholung:  $\frac{n!}{(n-k)!}$  Möglichkeiten  
mit Wiederholung:  $n^k$  Möglichkeiten

Kombination: aus  $n$  Objekten  $k$  auswählen, ohne Wiederholung  
ohne Beachtung der Reihenfolge:  $\{a, b\} = \{b, a\}$   
 $\binom{n}{k}$  Möglichkeiten

### 4.3 Vertiefung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung

Bernoulli Experiment (Ziehen mit Zurücklegen, Binomialverteilung)

$n$  Gesamtumfang der Stichprobe

$k$  Anzahl der Erfolge

$p$  Wahrscheinlichkeit für Erfolg

$q = 1 - p$  Wahrscheinlichkeit für Misserfolg

$$P_n(k) = P(\text{genau } k \text{ Erfolge in } n \text{ Versuchen}) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

Hypergeometrische Verteilung (Ziehen ohne Zurücklegen)

$N$  Gesamtumfang der Stichprobe

$n$  kleine Stichprobe aus dem Gesamtumfang

$S$  Anzahl Elemente der 1. Teilmenge

$N - S$  Anzahl Elemente der 2. Teilmenge

$k$  Anzahl gezogene Elemente der 1. Teilmenge

$$P_n(k) = P(\text{genau } k \text{ Elemente der 1. Teilmenge}) = \frac{\binom{S}{k} \cdot \binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

### 4.4 Statistik

geordnete Liste von  $n$  Werten  $x_1, x_2, \dots, x_n$  mit  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$

a) Lagemasse:

arithmetisches Mittel (Mittelwert)	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n x_k$
Median (Zentralwert, Wert in der Mitte der geordneten Liste)	$\tilde{x} = \begin{cases} \frac{x_{n+1}}{2} & \text{für } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2} \left( x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1} \right) & \text{für } n \text{ gerade} \end{cases}$
Modus (Modalwert)	Wert der Liste, der am häufigsten vorkommt

b) Streumasse:

Spannweite:	$R = x_n - x_1$
Varianz einer Vollerhebung:	$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$ $= \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$
Standardabweichung einer Vollerhebung:	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
Varianz einer Stichprobe:	$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}$ $= \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$
Standardabweichung einer Stichprobe:	$s = \sqrt{s^2}$

Interquartilsabstand:	$IQR = Q_3 - Q_1$ mit erstes Quartil $Q_1$ : Median der unteren Hälfte der geordneten Liste drittes Quartil $Q_3$ : Median der oberen Hälfte der geordneten Liste
-----------------------	---

c) Histogramm

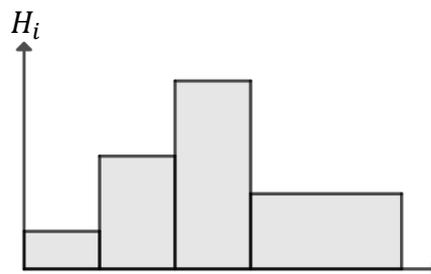
$i$  Klasse

$f_i$  Anzahl der Beobachtungen (absolute Häufigkeit) in Klasse  $i$

$h_i$  Anteil der Beobachtungen (relative Häufigkeit) in Klasse  $i$  mit  $h_i = \frac{f_i}{n}$

$H_i$  Häufigkeitsdichte mit  $H_i = \frac{f_i}{d_i}$ , resp.  $H_i = \frac{h_i}{d_i}$

$d_i$  Klassenbreite



d) Boxplot

**Box** von  $Q_1$  bis  $Q_3$

**Median**  $\tilde{x}$

**Whisker** kleinster Wert  $x_i$  der geordneten Liste mit  $x_i \geq Q_1 - 1.5 \cdot IQR$  resp. grösster Wert  $x_i$  der geordneten Liste mit  $x_i \leq Q_3 + 1.5 \cdot IQR$

**Ausreisser** Werte, für die gilt:  $x_i < Q_1 - 1.5 \cdot IQR$  resp.  $x_i > Q_3 + 1.5 \cdot IQR$



e) Kreisdiagramm	f) Säulendiagramm	g) Liniendiagramm
$\varphi_i = h_i \cdot 360^\circ$ $\varphi_i =$ Zentriwinkel der Ausprägung $i$	Rechtecke gleicher Breite Das Balkendiagramm wird um $90^\circ$ gedreht.	einzelne Datenpunkte durch gerade Strecken verbunden